

XI Powiatowa Olimpiada Matematyczno-Fizyczna

Etap Szkolny

Poziom ponadgimnazjalny: klasa III

Czas trwania: 90 minut

Data: 10.12.2014r.

**Zadanie 1. (5 pkt)**

Wykres funkcji  $f(x) = \frac{8}{x}$  przesunięto o wektor  $[-2, 1]$ . Wykaż, że tak otrzymana hiperbola ma dokładnie jeden punkt wspólny z parabolą o równaniu:  $y = x^2 + 4x + 5$ .

**Zadanie 2. (4 pkt)**

Wyznacz te wartości  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$  dla których liczby  $\frac{1}{2}$ ,  $\sin x$ ,  $\sin 2x$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

**Zadanie 3. (5 pkt)**

Z urny, w której znajdują się kule o numerach  $1, 2, \dots, n$  ( $n > 2$ ), losujemy kolejno bez zwracania dwie kule. Numery wylosowanych kul tworzą parę  $(x, y)$ . Dla jakich wartości  $n$  prawdopodobieństwo tego, że para  $(x, y)$  spełnia warunek  $|x - y| = 2$  jest mniejsze od  $0,25$ ?

**Zadanie 4. (6 pkt)**

W aluminiowym kalorymtrze o masie  $200\text{g}$  znajduje się bryłka lodu o masie  $20\text{g}$  oraz woda o masie  $200\text{g}$  i temperaturze  $0^\circ\text{C}$ . Do tego kalorymtru włożono grzałkę elektryczną wykonaną z drutu oporowego o objętości  $94,2\text{ cm}^3$  i średnicy  $2\text{ mm}$  oraz oporze właściwym  $0,5\ \Omega \times \text{mm}^2$ . Jaka będzie temperatura końcowa wody w kalorymtrze, jeżeli w czasie  $5\text{ min}$  przepływał będzie przez grzałkę prąd o natężeniu  $3\text{ A}$ ? Przyjmij: sprawność grzałki  $75\%$ ;  $c_{\text{Aluminium}} = 900\text{ J/kg K}$ ,  $c_{\text{wody}} = 4200\text{ J/kg K}$ ,  $q_{\text{lodu}} = 334\text{ kJ/kg}$

**Zadanie 5. (4 pkt)**

Na poziomej tarczy obracającej się wokół pionowej osi znajduje się pionowy pręt w odległości  $r = 11$  cm od osi. Do końca pręta przymocowana nitka o długości  $l = 80$  cm z kulką na końcu. Oblicz prędkość kątową tarczy, gdy nitka z kulką odchyła się od pionu o kąt  $\alpha = 60^\circ$ ?

